

Экзамен по математической физике

Задача №1

Начальный ток в отрезке $0 \leq x \leq l$ линии без искажений отсутствовал, а напряжение описывалось функцией $\varphi(x)$. Найти ток в линии и напряжение при $t > 0$, если правый конец линии заземлён, а левый - изолирован.

Экзамен по математической физике

Задача №2

Отрезок струны с закрепленными концами до начального момента времени находился в состоянии равновесия под действием поперечной силы $F_0 = \text{const}$, приложенной к точке x_0 .

Найти колебания струны при $t > 0$ после снятия силы.

Экзамен по математической физике

Задача №3

Правый конец стержня $x = l$ закреплен упруго, а к левому $x = 0$ приложена продольная постоянная сила $F_0(t) = F_0 = \text{const}$, под действием которой стержень покоится.

Найти колебания стержня после внезапного снятия силы в момент времени $t = 0$.

Экзамен по математической физике

Задача №4

Найти поперечные колебания прямоугольной мембраны $0 \leq x \leq l_1, 0 \leq y \leq l_2$ с закрепленной границей, вызванные поперечным сосредоточенным импульсом I , который сообщается мембране в точке (x_0, y_0) в начальный момент времени. Сопротивлением среды пренебречь.

Экзамен по математической физике

Задача №5

Найти температуру в однородном теплопроводящем стержне длины l , если правый его конец теплоизолирован, на левом конце поддерживается температура $\exp\left(-\frac{t}{4l^2}\right)$, а начальная температура равна 1.

Экзамен по математической физике

Задача №6

Найти продольные колебания однородного упругого стержня длины l , правый конец которого закреплен, а на левый действует сила

$$F(t) = A \sin \omega_1 t + B \sin \omega_2 t.$$

Экзамен по математической физике

Задача №7

Найти напряжение в однородном проводе с параметрами R, L, G, C , если начальные ток и напряжение равны нулю, конец $x = l$ заземлен, а к концу $x = 0$ с момента времени $t > 0$ приложена постоянная ЭДС \mathcal{E}_0 .

Экзамен по математической физике

Задача №8

Начальная температура тонкого стержня равна нулю, температуры концов равны соответственно U_1, U_2 . На боковой поверхности стержня происходит конвективный теплообмен со средой нулевой температуры. Найти изменение температуры во времени.

Экзамен по математической физике

Задача №9

Найти напряжение в однородном проводе с параметрами R, L, G, C , если начальные ток и напряжение равны нулю, к концу $x = l$ с момента времени $t = 0$ приложена ЭДС $\mathcal{E}(t) = E_0 \sin \omega t$, а конец $x = 0$ изолирован.

Экзамен по математической физике

Задача №10

Найти продольные колебания стержня $0 \leq x \leq l$ в среде без сопротивления под действием силы

$$F(t) = At^m, \quad m > 1,$$

приложенной с момента времени $t = 0$ к концу $x = l$, если другой конец стержня жестко закреплен. Начальные скорость и растяжение стержня нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №11

Конец стержня $x = 0$ закреплен жестко, а к свободному концу $x = l$ с нулевого момента времени приложена постоянная сила F_0 . Найти продольные колебания стержня, если начальные скорость и растяжение стержня нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №12

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M , подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ жестко закреплен.

Экзамен по математической физике

Задача №13

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M , подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ закреплен на пружине заданной жесткости.

Экзамен по математической физике

Задача №14

Найти закон изменения температуры при $t > 0$ однородного стержня длины l с теплоизолированной боковой поверхностью, если начальная температура стержня равна $u_0(x/l)^2$.

Левый конец $x = 0$ теплоизолирован, а на правом конце $x = l$ поддерживается постоянная температура u_0 .

Экзамен по математической физике

Задача №15

Струна $0 \leq x \leq l$ с закрепленными концами находилась до момента времени $t = 0$ в равновесии под действием поперечной силы $F_0 = \text{const}$, приложенной в точке $x = x_0$. Найти колебания струны после снятия силы.

Экзамен по математической физике

Задача №16

Найти колебания полуограниченной струны, закрепленной в точке $x = 0$, возбужденной начальным отклонением $x^2 \sin x$ и начальной скоростью $x \sin^2 x$.

Экзамен по математической физике

Задача №17

Однородный стержень висит на нитке вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M , подвешенным на нитке на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва обеих ниток.

Экзамен по математической физике

Задача №18

Найти закон распределения температуры однородного линейного стержня $0 \leq x \leq l$ при $t > 0$, если начальная температура нулевая. На правом конце стержня поддерживается нулевая температура, температура правого конца изменяется по закону

$$u_0 \exp(-\alpha t), \quad u_0, \alpha = \text{const}.$$

Боковая поверхность стержня теплоизолирована.

Экзамен по математической физике

Задача №19

Найти стационарное распределение температуры внутри бесконечного цилиндра радиуса r_0 , если на его поверхности поддерживается температура

$$u_0 \sin \varphi,$$

где $u_0 = \text{const}$, φ - полярный угол.

Экзамен по математической физике

Задача №20

Однородная струна длиной l закреплена на концах. В начальный момент времени она оттянута в точке $x = l/4$ на малое расстояние h , затем отпущена без начальной скорости. Найти форму струны при $0 \leq t \leq \frac{l}{4a}$ (изобразить графически все фазы) .

Экзамен по математической физике

Задача №21

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R , если начальная его температура равна 0 , а на поверхности задан постоянный нормальный поток тепла q .

Экзамен по математической физике

Задача №22

Найти закон свободных колебаний круглой мембраны радиуса r_0 , закрепленной вдоль контура границы, если все внутренние точки мембраны в начальный момент времени получают одинаковую скорость $0.01a$. Начальное отклонение равно нулю.

Экзамен по математической физике

Задача №23

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R , если начальная температура всех его точек одинакова и равна u_0 , а на поверхности происходит теплообмен со средой нулевой температуры.

Экзамен по математической физике

Задача №24

Нарисовать все качественно различные фазы колебания при $t > 0$ отрезка струны $0 \leq x \leq 3l$ с начальными данными вида:

$$\begin{cases} u_t'(x, 0) = 0, \\ u(x, 0) = \begin{cases} \frac{hx}{l}, & 0 \leq x \leq l, \\ -\frac{h(x-3l)}{2l} & l \leq x \leq 3l. \end{cases} \end{cases}$$

Экзамен по математической физике

Задача №25

Найти закон остывания бесконечного однородного цилиндра радиуса r_0 , если в начальный момент времени температура его была равна u_0 , а на поверхности при $t > 0$ поддерживается нулевая температура.

Экзамен по математической физике

Задача №26

Найти температуру стержня $0 \leq x \leq l$ при $t > 0$, левый конец и боковая поверхность которого теплоизолированы, а на правом конце происходит теплообмен со средой температуры u_0 . Начальная температура стержня нулевая.

Экзамен по математической физике

Задача №27

Найти поперечные колебания круглой мембраны $0 \leq r \leq r_0$, вызванные сосредоточенной поперечной силой $p = p_0 \sin \omega t$, приложенной к центру пластины (колебания мембраны репродуктора). Край мембраны закреплен.

Экзамен по математической физике

Задача №28

Край круглой мембраны $0 \leq r \leq r_0$
движется по закону

$$u(r_0, t) = A \sin \omega t, t > 0.$$

Найти колебания мембраны при нулевых
начальных условиях.

Экзамен по математической физике

Задача №29

Найти температуру однородного бесконечного круглого цилиндра радиуса r_0 , если начальная его температура $U_0 = \text{const}$, а на поверхности происходит конвективный теплообмен со средой нулевой температуры.

Экзамен по математической физике

Задача №30

Найти колебания упругого стержня, правый конец которого закреплен, а на левый действует при $t > 0$ сила

$$F(t) = A \exp(-\alpha t).$$

Начальные скорость и растяжение равны нулю.

Экзамен по математической физике

Задача №31

Левый конец изолированного по бокам теплопроводящего стержня поддерживается при постоянной температуре u_0 , а на правый подается извне поток тепла

$$A \exp(-\alpha t), \quad t > 0.$$

Найти закон изменения температуры стержня, если начальная температура нулевая..

Экзамен по математической физике

Задача №32

Найти решение смешанной задачи

$$\begin{cases} u''_{tt} = a^2 u''_{xx}, & x > 0, t > 0 \\ u'_x(0, t) = \nu(t), & t > 0 \\ u(x, 0) = 0, & x > 0 \\ u'_t(x, 0) = 0, & x > 0. \end{cases}$$

Подобрать физическую задачу, описываемую данной математической моделью.

Экзамен по математической физике

Задача №33

Найти колебания отрезка упругого стержня, левый конец которого свободен, а правый - жестко закреплен, если начальная скорость точек стержня нулевая, а начальное отклонение имеет вид

$$A(x - l).$$

Экзамен по математической физике

Задача №34

Начальный ток в отрезке $0 \leq x \leq l$ линии без искажений отсутствовал, а напряжение описывалось функцией $\varphi(x)$. Найти ток в линии и напряжение при $t > 0$, если оба конца линии изолированы.

Экзамен по математической физике

Задача №35

Найти стационарное распределение температуры внутри однородного бесконечного цилиндра радиуса r_0 , если на одной половине его поверхности ($0 \leq \varphi \leq \pi$) поддерживается температура T_1 , а на другой ($\pi \leq \varphi \leq 2\pi$) - температура T_2 .

Экзамен по математической физике

Задача №36

Найти закон остывания бесконечного цилиндра радиуса r_0 , если начальная его температура равна

$$u_0 J_0 \left(\frac{\mu_1^{(0)} r}{r_0} \right),$$

где $\mu_1^{(0)}$ - первый положительный корень функции бесселя J_0 . На поверхности цилиндра поддерживается нулевая температура.

Экзамен по математической физике

Задача №37

Найти температуру в однородном теплопроводящем стержне длины l , если на правом его конце поддерживается температура $\exp(-t)$, на левом конце - нулевая температура, а начальная температура равна $\frac{x}{l}$.

Экзамен по математической физике

Задача №38

На струну длины l действует внешняя сила, распределенная с плотностью

$$f(x, t) = A \sin \frac{\pi at}{l}.$$

Найти закон колебаний струны, если ее концы закреплены, а начальные условия нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №39

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M , подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ закреплен на пружине заданной жесткости.

Экзамен по математической физике

Задача №40

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R , если начальная температура всех его точек одинакова и равна u_0 , а на поверхности происходит теплообмен со средой нулевой температуры.