

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ПО ВЫСШЕМУ ОБРАЗОВАНИЮ  
НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО

---

Радиофизический факультет  
Кафедра общей физики

## **ЭФФЕКТ ЗЕЕМАНА**

(Описание к лабораторной работе)

Нижегород, 1994

УДК 53

Эффект Зеемана. Описание к лабораторной работе.  
Сост. В.А.Вдовин. -Н.Новгород: ННГУ, 1994. -26 с.

Даны методические указания по выполнению лабораторной работы общего физического практикума.

Для студентов второго курса радиофизического факультета.  
Рис. 9.

Составитель канд. физ.-мат. наук В.А.Вдовин

Рецензенты: докт. физ.-мат. наук В.Г.Гавриленко  
канд. физ.-мат. наук Демин И.Ю. (НГАСА)

Нижегородский государственный университет  
им.Н.И.Лобачевского, 1994

## 1. Введение

Согласно квантовой теории излучения энергия атома  $E$  может принимать лишь дискретные строго определенные значения. Совокупность таких разрешенных значений (уровней энергии) называют *энергетическим спектром атома*. Энергетический спектр атома может быть задан с помощью вполне определенного набора внутренних характеристик атома - его *квантовых чисел*. Наиболее точный смысл каждого квантового числа выясняется при решении *уравнения Шредингера*, в котором квантовые числа определяют *спектр собственных значений*. Мы же введем лишь названия и обозначения, а там, где это возможно, дадим краткую, более или менее наглядную и не слишком строгую, характеристику квантовых чисел атома:

$\Pi$  - *главное квантовое число*, определяющее среднее расстояние электронного облака от ядра;

$L$  - *орбитальное квантовое число*, характеризующее сумму моментов импульса электронов  $\vec{P}_L$ , связанных с их вращением вокруг ядра;

$S$  - *спиновое квантовое число*, описывающее сумму собственных моментов импульса электронов  $\vec{P}_S$ , не связанных с их вращением вокруг ядра<sup>\*)</sup>;

$J$  - *векторное квантовое число*, которому ставится в соответствие полный механический момент электронов в атоме:

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S; \quad (1)$$

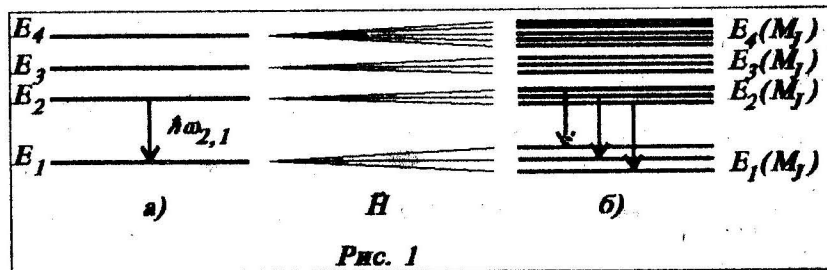
$M_J$  - *магнитное квантовое число*, название которого связано с тем, что энергия атома зависит от  $M_J$  лишь при наличии внешнего магнитного поля:  $E(\Pi, J, L, S, M_J)$ . В отсутствие магнитного поля для всех допустимых значений  $M_J$  энергия атома имеет одно и то же значение  $E(\Pi, J, L, S)$  - в этом случае говорят, что имеет место *вырождение* (неоднозначность) состояния

<sup>\*)</sup>Наличие собственного механического момента (спина) и магнитного момента у покоящегося электрона не имеет удовлетворительного наглядного толкования и должно восприниматься как факт, однозначно следующий из результатов многочисленных экспериментов.

атома по квантовому числу  $M_J$ . Из элементарной физики известно, что в магнитном поле могут изменить свою энергию лишь системы, имеющие (или приобретающие) **магнитный момент**  $\vec{\mu}$ , причем изменение энергии равно:

$$\delta E = -(\vec{\mu} \vec{H}) = -\mu_H H. \quad (2)$$

Из сказанного ясно, что квантовое число  $M_J$  характеризует проекцию магнитного момента атома  $\vec{\mu}$  на направление внешнего магнитного поля  $\vec{H}$ .



При переходе атома с более высокого энергетического уровня  $E_2$  на более низкий  $E_1$  излучается квант электромагнитной энергии (рис. 1а) с частотой

$$\omega_{2,1} = (E_2 - E_1) / \hbar, \quad (3)$$

где  $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-27}$  эрг \* с - **постоянная Планка**. Поскольку при наложении внешнего магнитного поля вырождение энергетических состояний  $E_2$  и  $E_1$  по квантовому числу  $M_J$  снимается (т.е. происходит расщепление каждого энергетического уровня на несколько подуровней), в спектре излучения мы вместо одной наблюдаем несколько частот (линий) излучения (рис. 1б). Этот эффект расщепления спектральных линий атомов в магнитном поле и называется **эффектом Зеемана**.

## 2. Феноменологический расчет зеемановского расщепления

С математической точки зрения квантовые числа  $L, S, J$  определяют собственные значения уравнения Шредингера  $P_L, P_S, P_J$  для **волновой функции** электронов  $\Psi$  в центрально-симметричном поле ядра, а дискретность собственных значений связана с тем, что волновая функция должна однозначно описывать состояние электронного облака в данной точке, то есть быть периодической функцией угла:

$$\Psi(\theta + 2\pi) = \Psi(\theta). \quad (4)$$

Условие (4) приводит к следующему **правилу квантования** проекции момента импульса на фиксированное направление (например, на направление  $\vec{H}$ ):

$$P_{JH} = \hbar M_J, \quad (5)$$

где квантовое число  $M_J$  принимает  $2J + 1$  значений:  $J, J - 1, \dots, 0, \dots, -J$ . При этом модуль момента импульса равен:

$$P_J = \hbar \sqrt{J(J + 1)}. \quad (6)$$

Квантовое число  $J$  в силу различной возможной ориентации векторов  $\vec{P}_L$  и  $\vec{P}_S$  (см. формулу (1)) принимает следующие значения:  $J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|$ .

Для расчета зеемановского расщепления по формулам (2),(3) необходимо связать вычисленный по формуле (6) полный механический момент атома со средней проекцией  $\mu_H$  его магнитного момента на направление  $\vec{H}$ . Вид этой связи зависит от квантового состояния атома, а ее вычисление представляет собой отдельную задачу, решение которой будет дано в п.3 в достаточно простом приближении. Пока же для получения общей формулы зеемановского расщепления представим связь между  $\mu_H$  и  $P_J$  феноменологически в виде:

$$\mu_H = \mu_0 g \frac{P_{JH}}{\hbar} = \mu_0 g M_J, \quad (7)$$

где  $g$  - так называемый **фактор (или множитель) Ланде** соответствующего квантового состояния, а величина  $\mu_0$  называется **магнетонном Бора** и имеет

смысл наименьшей отличной от нуля проекции магнитного момента, связанного с орбитальным движением электрона в атоме :

$$\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc} = 9.27 \cdot 10^{-21} \text{ эрг / Гс.}$$

Здесь и далее:  $e$  - элементарный заряд,  $m$  - масса электрона,  $c$  - скорость света.

Будем считать, что внешнее магнитное поле достаточно слабо, так что  $\mu_0 H$  много меньше разности энергий между любой парой рассматриваемых уровней атома. Тогда зеемановское расщепление интересующего нас уровня  $E$  можно рассматривать изолированно и в соответствии с (2), (5) и (7) написать :

$$\delta E_M = -g\mu_0 H M_J. \quad (8)$$

Таким образом, при переходе между каждой парой подуровней, образовавшихся в результате расщепления в магнитном поле энергетических состояний, описываемых квантовыми числами  $(n_2, J_2, L_2, S_2)$  и  $(n_1, J_1, L_1, S_1)$  будут излучаться частоты :

$$\omega_{2,1} = \frac{E_2(n_2, J_2, L_2, S_2, M_{J_2}) - E_1(n_1, J_1, L_1, S_1, M_{J_1})}{\hbar}. \quad (9)$$

Однако не все из указанных переходов могут быть осуществлены. Действительно, так как квант электромагнитного излучения (фотон) имеет отличный от нуля собственный момент импульса (спин)  $P_\nu = \hbar$ , а его проекция на заданное направление квантована  $P_{\nu H} = 0, \pm \hbar$ , то из закона сохранения импульса и формулы (5) следует, что в процессе излучения магнитное квантовое число  $M_J$  атома\*) может либо измениться на единицу ( $\Delta M = \pm 1$ ), либо остаться неизменным ( $\Delta M = 0$ ). Можно показать, что аналогичные ограничения накладываются на изменение квантового числа  $J$ :  $\Delta J = 0, \pm 1$ .

Указанные условия носят название правил отбора и определяют допустимые переходы между зеемановскими уровнями. Соответствующие им зеемановские

\*) Далее индекс  $J$  у квантового числа  $M_J$  для простоты будет опускаться, так что, например,  $M_J = M_{J_1}$ .

линии в спектре излучения носят название  $\pi$  - (при  $\Delta M = 0$ ) и  $\sigma$  - (при  $\Delta M = \pm 1$ ) компонент и отличаются, в частности, поляризацией. Вдоль магнитного поля излучаются лишь циркулярно поляризованные  $\sigma$ -компоненты, связанные с направлением  $\vec{H}$  правилом правого (при  $\Delta M = 1$ ) или левого (при  $\Delta M = -1$ ) винта, а в поперечном поле направления  $\pi$ - и  $\sigma$ -компоненты, поляризованные линейно в перпендикулярных друг другу плоскостях. В зависимости от направления наблюдения говорят соответственно о *продольном* и *поперечном эффекте Зеемана*.

Приведенные выше формулы позволяют легко рассчитать вид зеемановского спектра. Пусть в отсутствие внешнего магнитного поля при переходе между уровнями  $E_1(J_1, L_1, S_1)$  и  $E_2(J_2, L_2, S_2)$ , которые далее будем называть *комбинирующими*, излучается линия с частотой  $\omega_0$ . При наложении поля расщепление каждого из комбинирующих уровней будет определяться формулой (8), и в соответствии с правилами отбора в системе станут возможны переходы между уровнями с квантовыми числами :

$$(J_1, L_1, S_1, M) \rightarrow (J_2, L_2, S_2, M)$$

$$(J_1, L_1, S_1, M \pm 1) \rightarrow (J_2, L_2, S_2, M)$$

с излучением частот  $\omega_{M_1, M_2}$

$$\omega_{M, M} = \omega_0 + \frac{\delta E_{1, M} - \delta E_{2, M}}{\hbar} = \omega_0 + (g_1 - g_2) M \frac{\mu_0 H}{\hbar}, \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} \omega_{M \pm 1, M} &= \omega_0 + \frac{(\delta E_{1, M \pm 1} - \delta E_{2, M})}{\hbar} = \\ &= \omega_0 \pm g_1 \frac{\mu_0 H}{\hbar} + (g_1 - g_2) M \frac{\mu_0 H}{\hbar}, \end{aligned} \quad (10b)$$

смещенных относительно основной частоты  $\omega_0$  на величину :

$$\Delta \omega_{M_1, M_2} = \omega_{M_1, M_2} - \omega_0 = (g_1 M_1 - g_2 M_2) \frac{\mu_0 H}{\hbar}. \quad (11)$$

Как видно из (10), для различных по знаку  $M$  квантовых состояний  $\pi$ -компоненты излучения расположены симметрично относительно несмещенной линии  $\omega_0$ , а  $\sigma$ -компоненты каждой из двух поляризаций - симметрично относительно смещенных положений  $\omega_0 \pm g_1 \frac{\mu_0 H}{h}$ . Расстояние между составляющими эсмановского спектра внутри каждой из трех групп пропорционально разности  $g$ -факторов комбинирующих уровней. К вычислению  $g$ -факторов квантовых состояний для достаточно простой модели атома мы и переходим ниже.

### 3. Квантовая векторная модель атома в приближении $[L-S]$ -связи

Почему мы вообще говорим о вычислении  $g$ -фактора заданного квантового состояния? Разве отношение механического и магнитного моментов не есть величина, постоянная для данного атома? Оказывается нет, и связано это с тем удивительным обстоятельством, что отношение магнитного  $\vec{\mu}$  и механического  $\vec{P}$  моментов электрона различно для орбитального и спинового моментов:

$$\vec{\mu}_{L_i} = -\gamma \vec{P}_{L_i}, \quad (12)$$

$$\vec{\mu}_{S_i} = -2\gamma \vec{P}_{S_i}, \quad (13)$$

$$\gamma = \frac{e}{2mc} \text{ - гиромагнитное отношение.}$$

Поскольку в различных квантовых состояниях орбитальные и спиновые моменты электронов дают различный вклад в величину механического момента атома  $P_J$ , соотношение между  $\mu_H$  и  $P_{JH}$  в формуле (7), то есть  $g$ -фактор, оказывается также зависящим от квантового состояния. Для нахождения величины  $g$  следует, таким образом, найти среднюю по времени проекцию суммарного магнитного момента атома на направление внешнего магнитного поля  $\vec{H}$  в данном квантовом состоянии.

Квантовомеханический расчет магнитных свойств многоэлектронных атомов представляет собой весьма сложную задачу, даже если пренебречь механическим и магнитным моментом ядра. В общем случае *кулоновское самоогласованное поле* в атоме является *центрально-симметричным* только с точностью до так называемого *остаточного взаимодействия*, величина которого, как правило, существенно больше релятивистского взаимодействия спинового  $\vec{P}_{S_i}$  и орбитального  $\vec{P}_{L_i}$  моментов для каждого из электронов оболочки.

В некоторых тяжелых атомах и атомах, содержащих почти заполненные электронные оболочки, возможны случаи, когда *спин-орбитальное* взаимодействие превышает остаточное. В этих условиях пара моментов  $\vec{P}_{L_i}$  и  $\vec{P}_{S_i}$  электрона оболочки взаимодействует между собой сильнее, чем с моментами  $\vec{P}_{L_j}$  и  $\vec{P}_{S_j}$  других электронов. Поэтому образуются результирующие моменты  $\vec{P}_{j_i}$  для каждого электрона в отдельности, которые затем уже объединяются в  $\vec{P}_J$  атома. Такой вид связи носит название *jj-связи*.

Пренебрежение же спин-орбитальным взаимодействием по сравнению с остаточным носит название приближения  $[L-S]$ - (или *нормальной*, или *Расола-Слундерса*) связи<sup>\*)</sup>. Приближение  $[L-S]$ -связи позволяет находить результирующие орбитальный

$$\vec{\mu}_L = \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{L_i} = -\gamma \sum_{i=1}^N \vec{P}_{L_i} = -\gamma \vec{P}_L \quad (14)$$

и спиновый

$$\vec{\mu}_S = \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_{S_i} = -2\gamma \sum_{i=1}^N \vec{P}_{S_i} = -2\gamma \vec{P}_S \quad (15)$$

<sup>\*)</sup>Познакомиться с другими (более сложными) видами связей в многоэлектронных атомах можно в книгах [4,3].

магнитные моменты всей электронной оболочки ( $N$  - число электронов в оболочке) атома с помощью *векторной модели*\*) При этом полный магнитный момент атома

$$\vec{\mu}_J = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\gamma(\vec{P}_L + 2\vec{P}_S) \quad (16)$$

оказывается неколлинеарным его механическому моменту

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S, \quad (17)$$

что проиллюстрировано на рис.2.

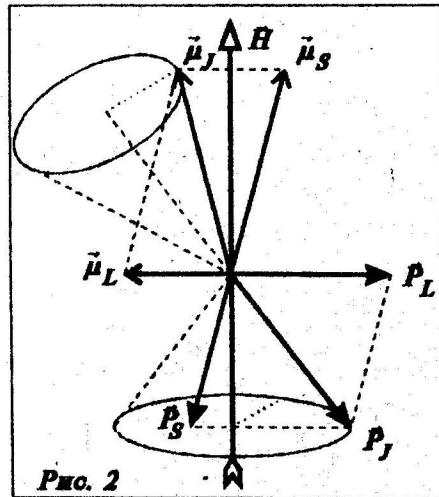


Рис. 2

Согласно правилам построения векторной модели складываемые результирующие моменты  $\vec{P}_L$  и  $\vec{P}_S$  (а вместе с ними и магнитные моменты  $\vec{\mu}_L$ ,  $\vec{\mu}_S$ ,  $\vec{\mu}_J$  на векторной диаграмме рис.2) прецессируют вокруг направления результирующего момента  $\vec{P}_J$ . Скорость прецессии пропорциональна величине спин-орбитального взаимодействия.

Качественный вид зеемановского спектра оказывается различным в зависимости от соотношения между

величинами взаимодействия результирующих моментов друг с другом и с магнитным полем. Рассмотрим два случая:

- 1) *сильное поле* - действие поля на каждый из моментов  $\vec{P}_L$  и  $\vec{P}_S$  превосходит взаимодействие их между собой;
- 2) *слабое поле* - взаимодействие моментов друг

\*) При построении такой модели механические и магнитные моменты изображаются в виде направленных отрезков. Как следует из соотношений неопределенности, векторную модель нельзя понимать буквально. Ее следует рассматривать как совокупность правил, позволяющих получить результаты, справедливость которых подтверждается строгими квантовомеханическими расчетами.

с другим больше воздействием на каждый из них магнитного поля.

1) Внешнее магнитное поле  $\vec{H}$  разрывает связь между результирующими моментами  $\vec{P}_L$  и  $\vec{P}_S$ , и каждый из них прецессирует вокруг направления поля независимо от другого. Проектируясь на направление поля  $\vec{H}$  векторы  $\vec{P}_L$  и  $\vec{P}_S$  (а значит и векторы  $\vec{\mu}_L$  и  $\vec{\mu}_S$ ) будут тоже каждый в отдельности:  $\mu_H = -\gamma\hbar(M_L + 2M_S)$ , то есть расщепление оказывается целым кратным  $\mu_0 H$ . Для переходов имеют место правила отбора:  $\Delta M_L = 0, \pm 1$ ;  $\Delta M_S = 0$ . В результате получается триплет, совпадающий по виду с *нормальным зеемановским триплетом*, а само явление называется *эффектом Паппа-Бака*. Этот эффект наблюдается при  $H \geq 2 \cdot 10^5$  э, когда магнитное расщепление линий становится больше *мультиплетного* (связанного со спин-орбитальным взаимодействием) расщепления.

2) В случае *слабого магнитного поля*\*) магнитный момент атома  $\vec{\mu}_J$  прецессирует не только вокруг направления  $\vec{H}$  (вместе с вектором  $\vec{P}_J$ ), как это известно из классической механики, но и вокруг самого вектора  $\vec{P}_J$ . Поскольку частота *классической (ларморовской)* прецессии пропорциональна величине  $H$ , в достаточно слабых полях ларморовскую прецессию можно считать медленной по сравнению с прецессией вокруг  $\vec{P}_J$ . Усредняя  $\vec{\mu}_J$  по периоду "быстрой" прецессии, находим, что средний по времени магнитный момент атома  $\mu$  совпадает с проекцией  $\vec{\mu}_J$  на направление  $\vec{P}_J$ , то есть равен:

$$\mu = \mu_L \cos(\hat{\mu}_L \hat{P}_J) + \mu_S \cos(\hat{\mu}_S \hat{P}_J). \quad (18)$$

Из элементарной геометрии согласно рис.2 следует:

$$\cos(\hat{P}_L \hat{P}_J) = \frac{P_J^2 + P_L^2 - P_S^2}{2P_L P_J} \quad (19a)$$

\*) Именно этот случай реализуется в условиях нашего лабораторного эксперимента.

$$\cos(\hat{P}_S \hat{P}_J) = \frac{P_J^2 + P_S^2 - P_L^2}{2P_S P_J}, \quad (190)$$

что позволяет переписать равенство (18) в виде:

$$\mu = \gamma P_J \left(1 + \frac{P_J^2 + P_S^2 - P_L^2}{2P_J^2}\right) = \mu_0 g \frac{P_J}{\hbar}. \quad (20)$$

Подстановка формул вида (6) в (20) позволяет сразу найти связь между механическим  $P_J$  и "эффективным" магнитным моментом атома  $\mu$  в состоянии с квантовыми числами  $J, L, S$ , то есть  $g$ -фактор данного квантового состояния:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (21)$$

#### 4. Интенсивность зеемановских линий

Реально наблюдаемое в эксперименте число зеемановских линий существенным образом зависит от их относительных интенсивностей. Интенсивности зеемановских компонент могут быть рассчитаны из соображений симметрии (см.[3]). Результаты расчетов приведены в таблице 1.

В качестве примера приведем результаты расчета зеемановского спектра, соответствующего переходу  $J \rightarrow J+1$  между комбинирующими уровнями  $E_1(J_1 = 1, L_1 = 2, S_1 = 1)$  и  $E_2(J_2 = 2, L_2 = 1, S_2 = 1)$ , когда согласно формуле (21)  $g_1 = 1/2, g_2 = 3/2$ . Переходы, на которых возможно получение зеемановских компонент, показаны стрелками на рис.3, а в таблице 2 приведены поляризация и интенсивности соответствующих линий.

Как видно из (11) и таблиц 1,2, зеемановский спектр зеркально симметричен относительно несмещенной линии, поэтому достаточно рассчитать половину спектра.

Таблица 1

Относительные интенсивности зеемановских компонент

Переход	$J \rightarrow J-1$	$J \rightarrow J$	$J \rightarrow J+1$
---------	---------------------	-------------------	---------------------

#### Поперечный эффект

$M \rightarrow M-1$	$(J+M-1)$ $\cdot (J+M)$ / 4	$(J-M+1)$ $\cdot (J+M)$ / 4	$(J-M+2)$ $\cdot (J-M+1)$ / 4
$M \rightarrow M$	$(J+M)$ $\cdot (J-M)$	$M^2$	$(J+M+1)$ $\cdot (J-M+1)$
$M \rightarrow M+1$	$(J-M-1)$ $\cdot (J-M)$ / 4	$(J+M+1)$ $\cdot (J-M)$ / 4	$(J+M+2)$ $\cdot (J+M+1)$ / 4

#### Продольный эффект

$M \rightarrow M-1$	$(J+M-1)$ $\cdot (J+M)$ / 2	$(J-M+1)$ $\cdot (J+M)$ / 2	$(J-M+2)$ $\cdot (J-M+1)$ / 2
$M \rightarrow M+1$	$(J-M-1)$ $\cdot (J-M)$ / 2	$(J+M+1)$ $\cdot (J-M)$ / 2	$(J+M+2)$ $\cdot (J+M+1)$ / 2

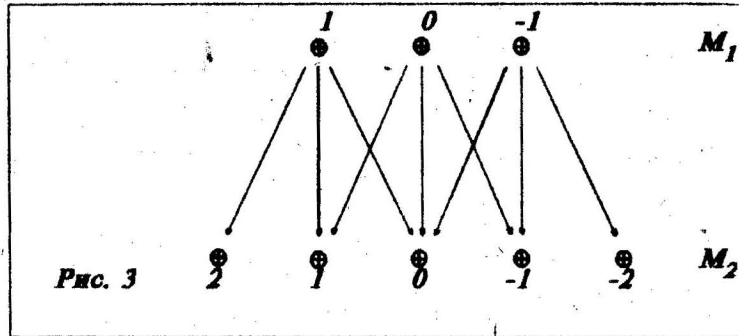


Рис. 3

Таблица 2

$\Delta\omega_{M_1, M_2} \cdot h / (\mu_0 H)$	0	$\pm 1/2$	$\pm 1$	$\pm 3/2$	$\pm 5/2$
Поларизация	$\pi$	$\sigma$	$\pi$	$\sigma$	$\sigma$
Интенсивность (относительные единицы, поперечный эффект)	4	1/2	3	3/2	3

5. Классическая модель эффекта Зеемана

Некоторые закономерности эффекта Зеемана могут быть проиллюстрированы на классической модели, которая основывается на том, что движущийся вокруг ядра электрон обладает механическим и магнитным моментами, связанными соотношением (12). Таким образом, классическая модель, в отличие от квантовой, не учитывает собственный механический (спин) и магнитный моменты электрона и, следовательно, может давать верные результаты лишь в частном случае, когда спины электронов в атоме скомпенсированы ( $S=0$ ). По чисто историческим причинам этот случай получил название *нормального (или простого) эффекта Зеемана*, тогда как при  $S \neq 0$  эффект Зеемана называют *аномальным (или сложным)*.

Как легко показать из законов классической физики, орбитальный электронный ток (то есть магнитный вихрь) во внешнем магнитном поле прецессирует вокруг направления  $\vec{H}$  с ларморовской частотой (см.(2)) :

$$\Omega = \gamma \vec{H} = \frac{eH}{2mc} \quad (22)$$

Чтобы объяснить спектральный состав, а также поляризацию нормальных зеемановских компонент, надо разложить сложное движение электрона на более простые составляющие.

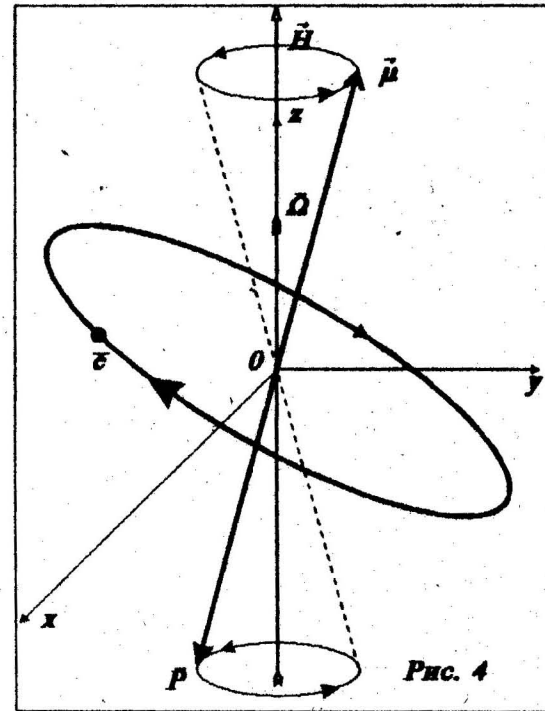


Рис. 4

Введем лабораторную систему отсчета  $X, Y, Z$  как показано на рис.4 - магнитное поле  $\vec{H}$  направлено по оси  $Z$ , а плоскость  $X, Y$ - перпендикулярно ему.

Пусть сначала магнитное поле отсутствует, то есть  $\Omega = 0$  - прецессионного движения нет. Орбитальное движение разложим на движение в плоскости  $X, Y$  и вдоль оси  $Z$ .

Проекция кругового орбитального движения на плоскость  $X, Y$  является движением по эллипсу, которое, в свою очередь, можно представить в виде суммы двух круговых вращений, как это показано на рис. 5. Здесь вектора  $\vec{R}_1$  и  $\vec{R}_2$  вращаются в противоположных направлениях с угловой скоростью орбитального движения  $\omega_0$  симметрично относительно большей оси эллипса,

при этом конец суммарного вектора  $\vec{R}$  движется по эллипсу, большая полуось которого равна  $R_1 + R_2$ , а малая  $|R_1 - R_2|$  (уравнение эллипса легко получить в параметрической форме).

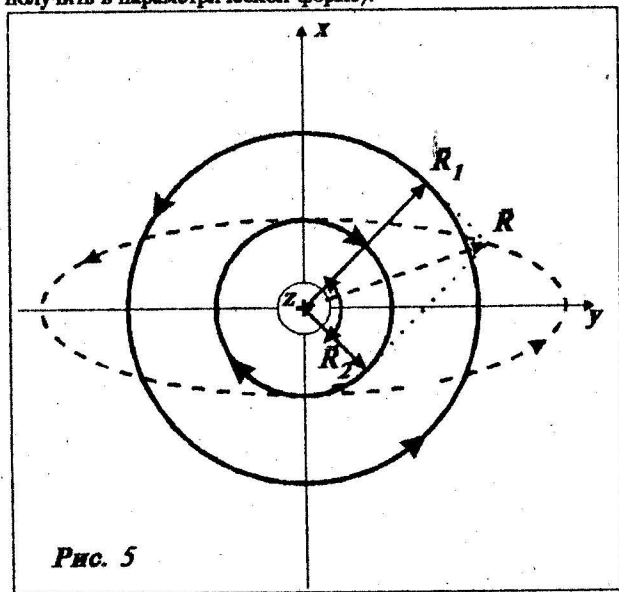


Рис. 5

В свою очередь, разложив круговое орбитальное движение электрона на сумму двух линейных ортогональных гармонических колебаний, легко увидеть, что проекция этого движения на ось  $Z$  есть гармоническое колебание с частотой  $\omega_0$ .

При включении магнитного поля,

как уже отмечалось выше, результирующее движение электрона будет суммой быстрого орбитального вращения и прецессии орбиты, то есть на орбитальное движение наложится вращение с угловой скоростью  $\Omega$  вокруг оси  $Z$ . Колебания вдоль оси  $Z$  при этом не изменятся, скорость вращения вектора  $\vec{R}_1$  (см. рис.5) уменьшится, а вектора  $\vec{R}_2$  - увеличится на величину  $\Omega$ .

Используя элементарную дипольную модель излучающего атома, легко увидеть, что в спектре излучения вдоль направления внешнего магнитного поля будут присутствовать лишь две циркулярно поляризованные волны с частотами  $\omega_{1,2} = \omega_0 \pm \Omega$  (нормальный зеемановский дублет), тогда как в перпендикулярном направлении будут наблюдаться три линейно поляризованные компоненты на частотах  $\omega_1, \omega_0, \omega_2$  (нормальный зеемановский триплет).

Поскольку расщепление линии обычно весьма мало ( $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_0$ ), из статистических соображений следует, что средняя кинетическая энергия каждой из трех составляющих движения (степеней свободы) электрона примерно одинакова. Это означает, что, если в отсутствие магнитного поля интенсивность линии излучения обозначить  $I_0$ , то интенсивности зеемановских компонент составят  $I_0/2$  и  $I_0/2$  в дублете и  $I_0/4, I_0/2, I_0/4$  в триплете.

Таким образом, классическая теория предсказывает сам факт расщепления спектральных линий в магнитном поле, хорошо объясняет поляризацию излучения и качественно указывает на различную относительную интенсивность зеемановских компонент. Число наблюдаемых зеемановских линий, их частоты и относительные интенсивности должны рассчитываться по приведенным выше квантовомеханическим формулам.

## 6. Экспериментальная установка

Целью данной работы является изучение эффекта Зеемана на примере спектра излучения  $Ne$  с помощью интерферометра Фабри-Перо (ИФП).

Схема экспериментальной установки приведена на рис.6. Здесь:  $S$  - газосветная трубка, помещенная между полюсами поворачивающегося электромагнита,  $И$  - ИФП,  $L_1$  и  $L_2$  - ахроматические линзы, ИСП-51 - призмный спектрограф,  $T$  - короткофокусная зрительная труба,  $M$  - окулярный микроскоп.

ИФП является многоручьевым интерферометром высокой разрешающей способности. Он состоит из двух прозрачных клиновидных пластин (см. рис.7), внутренние поверхности которых ограничивают плоскопараллельный слой воздуха. На эти поверхности нанесено диэлектрическое покрытие, обеспечивающее энергетический коэффициент отражения  $\rho$ , близкий к единице.

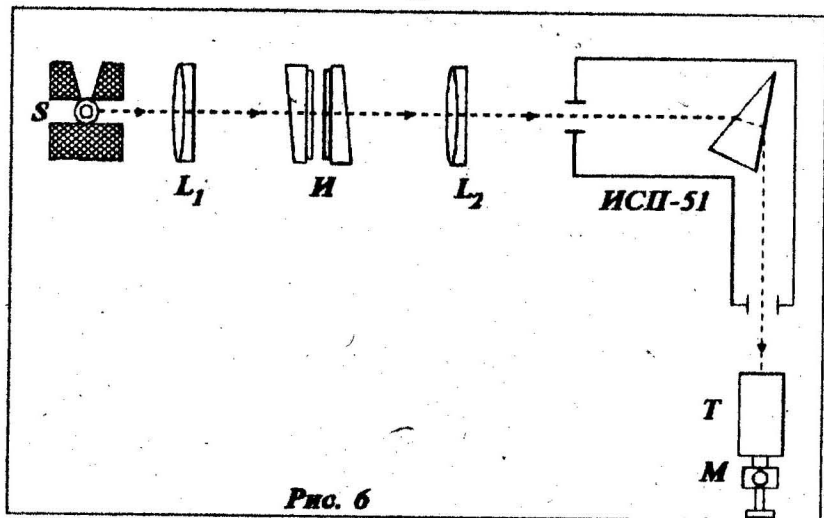
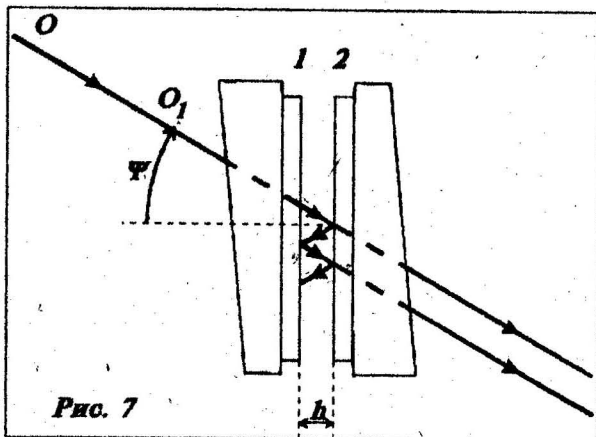


Рис. 6



Луч  $OO_1$ , вошедший в интерферометр и многократно отразившийся от зеркальных поверхностей 1 и 2, образует ряд проходящих параллельных лучей с постоянной разностью хода

$$\Delta = 2h \cos \Psi, \quad (23)$$

где  $h$  - толщина воздушного слоя,  $\Psi \ll 1$  - угол падения света в зазоре.

Объектив, установленный за ИФП, формирует линии равного наклона, представляющие собой систему концентрических колец. Угловые радиусы  $\Psi_i$  колец Фабри-Перо для длины волны  $\lambda$  удовлетворяют условию интерференционных максимумов

$$2h \cos \Psi_i = m_i \lambda = m_0 \lambda \cos \Psi_i, \quad (24)$$

где  $m_i$  - порядок интерференции (большое целое число, так как  $h \gg \lambda$ );

$m_0 = 2h/\lambda$  - максимальный порядок интерференции, получающийся при  $\Psi = 0$ , то есть в центре картины;  $i=1,2,3,\dots$  - номер кольца по порядку от центра картины.

Легко показать, что диаметры колец Фабри-Перо описываются формулой:

$$d_i^2 = 4f^2 \lambda (i - 1 + \epsilon_\lambda) / h, \quad (25)$$

где  $f$  - фокусное расстояние объектива,  $0 \leq \epsilon_\lambda \leq 1$  - так называемая дробная доля порядка интерференции в центре колец, определяемая равенством

$$m_0 - m_i = i - 1 + \epsilon_\lambda. \quad (26)$$

Характерными особенностями ИФП как спектрального прибора является высокая разрешающая способность:

$$R = \frac{m_i \pi \sqrt{\rho}}{1 - \rho} \quad (27)$$

и малая дисперсионная область - спектральный интервал, в котором можно наблюдать интерференционную картину без наложения соседних порядков, -

$$\Delta \lambda_{\text{своб.}} = \frac{\lambda^2}{2h \cos \Psi} \quad (28)$$

Как правило, это делает необходимым использование дополнительного монохроматора. В нашем случае им служит призмный спектрограф ИСП-51.

ИФП устанавливается таким образом, чтобы плоскость локализации колец Фабри-Перо совместилась с плоскостью входной щели спектрографа. Щель вырезает из колец узкую вертикальную полосу. Таким образом, спектрограф разлагает свет в горизонтальной плоскости, а ИФП - вдоль вертикальной входной щели спектрографа. В результате наблюдается картина, состоящая из ряда светлых вертикальных полосок, прорезанных яркими дугами колец Фабри-Перо

(см. рис.8). Положение колец определяет тонкую структуру соответствующей спектральной линии. При этом наиболее простым является графический метод обработки результатов измерений, основанный на следствиях формул (25),(26).

Проварьировав по  $\lambda$  равенство (26), представленное в виде

$$2 \frac{h}{\lambda} - m_1 = \epsilon_\lambda, \quad \text{получим:}$$

$$- 2 \frac{h \delta \lambda}{\lambda^2} = - \frac{\delta \lambda}{\Delta \lambda_{\text{своб.}}} = \delta \epsilon_\lambda. \quad (29)$$

Переходя к конечным приращениям, нужно учитывать, что формула (29) получена в предположении  $\delta \lambda \leq \Delta \lambda_{\text{своб.}}$ .

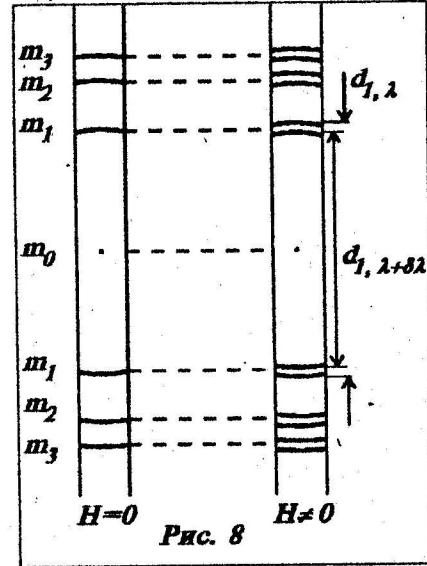


Рис. 8

Итак, определение интервала  $\delta \lambda$  между любыми двумя близкими компонентами исследуемой спектральной линии сводится к нахождению разности дробных частей порядка интерференции в центре колец Фабри-Перо для этих двух компонент.

Рассмотрим простейший случай, когда расщепленная спектральная линия состоит только из двух близких компонент  $A$  и  $B$  с длинами волн  $\lambda$  и  $\lambda + \delta \lambda$  соответственно. Наблюдаемая в этом случае интерференционная картина приведена на рис. 8. Измерив

$d_{i,\lambda}^2$  и  $d_{i,\lambda+\delta\lambda}^2$  согласно (25) построим графики, изображенные на рис.9, где через  $i_{0,\lambda}$  и  $i_{0,\lambda+\delta\lambda}$  обозначены абсциссы точек пересечения соответствующих графиков с осью  $Oi$ . Из (25) легко видеть, что отрезки  $1 - i_{0,\lambda} = \epsilon_\lambda$  и  $1 - i_{0,\lambda+\delta\lambda} = \epsilon_{\lambda+\delta\lambda}$  дают соответствующую дробную долю порядка интерференции в центре картины. Тогда

$$\delta \epsilon_\lambda = \epsilon_{\lambda+\delta\lambda} - \epsilon_\lambda = i_{0,\lambda} - i_{0,\lambda+\delta\lambda}. \quad (30)$$

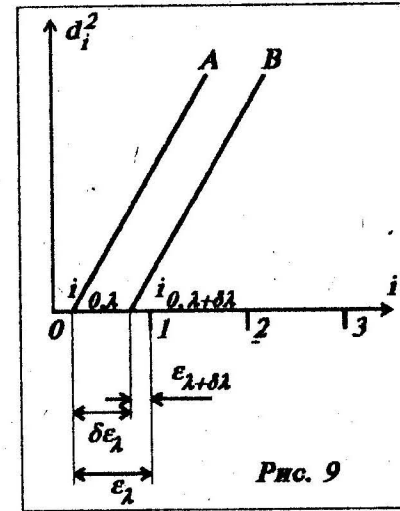


Рис. 9

Таким образом, для определения величины расщепления спектральной линии - частотного сдвига каждой раздельно наблюдаемой компоненты (или группы компонент) относительно положения несмещенной линии - достаточно измерить диаметры нескольких соответствующих колец Фабри-Перо.

Однако, графический метод обработки при всей своей наглядности сопряжен со значительной субъективностью при проведении прямых  $d_{i,\lambda}^2(i)$  по экспериментально изме-

ренным точкам. Поэтому предлагается для нахождения дробных долей порядка интерференции  $\epsilon_\lambda$  использовать численный метод наименьших квадратов, который по измеренным с относительными погрешностями  $\delta_i$  значениям  $d_i^2$  позволяет с наименьшей среднесquareтической ошибкой найти коэффициенты  $a, b$  ( $\epsilon_\lambda = 1 + b/a$ ) уравнения прямой  $d_i^2 = a \cdot i + b$  в координатах  $(d_i^2, i)$ .

Для этого нужно разрешить относительно  $a, b$  систему из двух линейных

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial a} &= -2 \sum_{i=1}^n \frac{i}{\delta_i^2} [d_i^2 - (a \cdot i + b)] = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial b} &= -2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i^2} [d_i^2 - (a \cdot i + b)] = 0 \end{aligned} \right\} \dots (31)$$

уравнений:

получающуюся при минимизации по параметрам  $a, b$  следующей квадратичной формы :

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i^2} [d_i^2 - (a \cdot i + b)]^2 = F. \quad (32)$$

(Здесь  $n \geq 2$  - количество измеренных диаметров колец, соответствующих одной и той же длине волны  $\lambda$ .)

### 7. Указания по выполнению работы

1) Величину магнитного поля нужно выбирать так, чтобы все наблюдаемые компоненты (или группы компонент) разделились и в то же время не происходило наложения соседних интерференционных порядков, то есть  $(\delta\lambda)_{\max} < \Delta\lambda_{\text{своб.}}$ . Численное значение  $H$  определяется по градуировочному графику, прилагаемому к установке.

2) Измерение расщепления производить по первым четырем-шести кольцам Фабри-Перо при одном значении поля  $\vec{H}$  путем последовательного (сверху вниз или снизу вверх) определения вертикальных координат дуг, соответствующих этим кольцам, по шкале окулярного микрометра. При этом необходимо следить за принадлежностью каждой измеряемой группы дуг к одному и тому же порядку интерференции, для чего рекомендуется периодически выключать магнитное поле.

3) В целях экономии времени на перестройку установки продольный эффект Зеемана наблюдается только в пункте а) задания 2, а все дальнейшие наблюдения и измерения проводятся для поперечного эффекта.

4) При выполнении работы и обработке результатов следует иметь в виду, что атом  $Nc$  весьма приблизительно описывается  $[L-S]$ -связью. Однако эта модель используется выше лишь в п.3 при выводе выражения для множителя Ланде. Поэтому, если в формуле (11) ввести экспериментально найденные значения  $g$ -

факторов, то теория, изложенная в п.2, позволяет объяснить наблюдаемую картину расщепления спектральных линий, что и предлагается сделать в данной работе.

### 8. Задание

1) Перед проведением эксперимента теоретически рассчитать расщепление линий, рекомендуемых для наблюдений в таблице 3, руководствуясь приведенным в п. 4 примером.

Таблица 3

Спектральные линии, рекомендуемые для экспериментального исследования

N	$\lambda, \text{нм}$	Переход					
		$J_1$	$L_1$	$S_1$	$J_2$	$L_2$	$S_2$
1	585.25	0	0	0	1	1	0
3	594.48	2	1	1	2	1	1
6	607.4	0	1	1	1	1	1
14	638.3	1	2	1	1	1	1

Примечание. Номера линий  $N$  отсчитываются от самой яркой желтой линии в спектре  $Nc$ .

2) Наблюдение нормального эффекта Зеемана на примере линии 585.25 нм.

а) Исследовать характер поляризации компонент в продольном и поперечном эффекте (с помощью поляроида и пластинки  $\lambda/4$ ).

б) Измерить расщепление в поперечном эффекте при одном значении магнитного поля и по нему найти удельный заряд электрона  $e/m$ .

с) Оценить разрешающую способность ИФП, подбирая величину магнитного поля, соответствующую пределу разрешения зеемановских компонент. Сравнить с расчетной величиной.

3) Изучение аномального эффекта Зеемана в "квазинормальном" случае (когда в спектре представлены лишь три компонента) на примере линии 607.4 нм.

а) Исследовать характер поляризации компонент в поперечном эффекте (с помощью поляроида).

б) Измерить расщепление и определить  $g$ -факторы; сравнить их с найденными теоретически в приближении  $[L-S]$ -связи.

4) Изучение аномального зеемановского расщепления при наличии более чем трех разрешаемых прибором компонент на примере линии 638.3 нм.

а) Исследовать характер поляризации компонент в поперечном эффекте.

б) Сравнить наблюдаемую картину расщепления с предсказаниями теории в  $[L-S]$ -приближении.

с) Измерить расщепление  $\pi$ -компонент, определить разность  $g$ -факторов и сравнить с теорией.

5) Исследование аномального эффекта Зеемана в условиях частичного разрешения компонент (наблюдаются группы компонент) на примере линии 594.48 нм.

а) Проследить за изменением картины расщепления во всем диапазоне изменения  $H$ .

б) Определить характер поляризации компонент в поперечном эффекте.

с) Сравнить наблюдаемую картину расщепления с предсказаниями теории в  $[L-S]$ -приближении и объяснить полученные расхождения.

## 9. Вопросы

1) Какие еще оптические эффекты связаны с наличием внешнего магнитного поля?

2) Какие ограничения на возможность измерения проекций момента импульса накладывает соотношение неопределенностей?

3) Вывести формулу (12).

4) Чему равен наименьший отличный от нуля магнитный момент свободного электрона?

5) Как соотносятся между собой правила отбора и наборы квантовых чисел (см. таблицу 3) для линии 594.88 нм?

6) Для каких атомов следует ожидать нарушения приближения  $[L-S]$ -связи?

7) Вывести формулу (22).

8) Показать, что движение по эллипсу можно представить в виде суммы двух круговых вращений в противоположные стороны.

9) Исходя из дипольной модели излучения атома, объяснить поляризацию нормальных зеемановских компонент.

10) Как будут поляризованы зеемановские компоненты при наблюдении под произвольным углом к  $\vec{H}$ ?

11) Охарактеризовать излучение электрона, движущегося по квадратной траектории.

12) Исходя из дипольной модели излучения атома и теоремы о равномерном распределении энергии по степеням свободы, объяснить относительную интенсивность нормальных зеемановских компонент.

13) Почему разрешающая способность ИСП-51 так сильно зависит от ширины входной щели спектрографа? Почему щель нельзя делать слишком узкой?

14) Почему пластины ИФП сделаны клинообразными?

15) Какова будет наблюдаемая картина в фокальной плоскости собирающей линзы, расположенной за ИФП, если на него падает:

а) плоская монохроматическая волна;

б) сферическая монохроматическая волна;

в) плоская квазимонохроматическая волна;

г) сферическая квазимонохроматическая волна?

16) Дать простое качественное объяснение высокой разрешающей способности ИФП.

17) На каком основании предполагается, что вся оптическая разность хода между интерферирующими в фокальной плоскости линзы лучами образуется

между зеркальными плоскостями ИФП?

18) Можно ли графическим методом определить длину волны исследуемой спектральной линии?

### Литература

1. *Сивухин Д.В.* Атомная и ядерная физика. Ч.1. Атомная физика. М.: Наука, 1986.
2. *Митусев А.Н.* Атомная физика. М.: Высшая школа, 1989.
3. *Фриш С.Э.* Оптические спектры атомов. М.-Л.: Физматгиз, 1963.
4. *Веселов М.Г., Лобзовский Л.И.* Теория атома. Строение электронных оболочек. М.: Наука, 1986.
5. *П.Б.Иванов.* Интерферометр Фабри-Перо как спектральный прибор высокого разрешения. Учебное пособие. Ч.1. Горький, 1974.

Эффект Зеемана

Составитель  
Вдовин  
Владимир Анатольевич

---

Подписано к печати: 14.12.95. Формат 60x84 1/16.  
Печать офсетная. Бумага оберточная. Усл. печ. л. 1,2  
Тираж 300 экз. Заказ 208. Бесплатно.

---

Нижегородский государственный университет им.Н.И.Лобачевского  
603600 ГСП-20, Н.Новгород, просп. Гагарина, 23

---

Типография ННГУ. 603000, Н.Новгород, ул.Б.Покровская, 37.