

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Радиофизический факультет  
Кафедра электродинамики

**Отчет по лабораторной работе:**

## **РУПОРНАЯ АНТЕННА**

Выполнили: студенты 430 группы  
**Воробьёв Артём**  
**Зайцев Юрий**

Проверил: **Кондратьев Игорь Григорьевич**

Нижний Новгород  
2007 год

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
2.1 Основные определения . . . . .	3
2.2 Теоретическая оценка КНД . . . . .	4
<b>3 Практическая часть</b>	<b>7</b>
3.1 Метод измерений . . . . .	7
3.2 Результаты эксперимента . . . . .	7
<b>4 Вывод</b>	<b>8</b>

# 1 Введение

**Цель работы:** нахождение коэффициента направленного действия (КНД) пирамидальной рупорной антенны, используя зеркальный метод Парсела. Необходимо также сравнить полученные экспериментальные результаты с результатами теоретических расчетов и обсудить причины возможных расхождений.

**Приборы и оборудование:**

- Генератор
- Измерительные линейки
- Амперметр квадратичного детектора
- Рупорная антенна с апертурой  $a \times b = 13.5 \times 9$  см
- Поглощающий щит
- Отражающий щит

## 2 Теоретическая часть

### 2.1 Основные определения

**Диаграмма направленности** по мощности является угловым распределением плотности потока излучаемой энергии  $S_r(\theta, \varphi)$  или мощности излучения в единицу телесного угла  $P(\theta, \varphi) = r^2 S_r(\theta, \varphi)$ . Для удобства, диаграмма направленности может нормироваться на свой максимум.

Окончательно формируется диаграмма направленности в т.н. зоне Фраунгофера, определяемой соотношением

$$r \gg \frac{l^2}{\lambda}, \text{ где} \quad (1)$$

$l$  - характерный размер излучателя,  $\lambda$  - длина излучаемой волны.

**Коэффициент направленного действия** (КНД) характеризует выигрыш по мощности в направлении максимального излучения из-за направленности антенны. Он определяется формулой

$$D = \frac{4\pi P(\theta_m, \varphi_m)}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi d\theta P(\theta, \varphi) \sin \theta} \quad (2)$$

**Эффективная площадь приема** определяется как отношение полной принимаемой антенной мощности  $P_{np}$  к плотности потока падающего излучения  $S_n$  в месте положения антенны:

$$A = \frac{P_{np}}{S_n} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D. \quad (3)$$

Последнее равенство следует из устанавливаемой теоремой взаимности однозначной связи между  $A$  и  $D$ .

## 2.2 Теоретическая оценка КНД

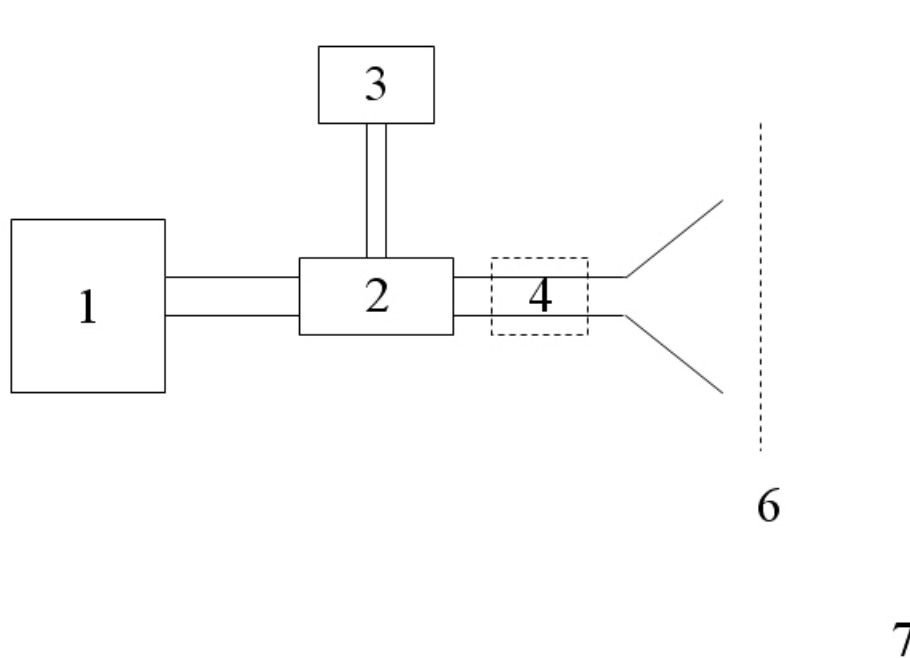


Рис. 1: Схема установки: 1 – генератор, 2 – измерительная линия, 3 – амперметр, 4 – согласующее устройство, 5 – рупорная антенна, 6 - поглощающий щит, 7 – отражающий щит

Схема установки представлена на Рис. 1. Отражающий щит располагается в зоне Фраунгофера (1), согласно проведенной по заданию оценке (4):

$$X = 300 \text{ см} \gg \frac{\max\{l_{1,2}^2\}}{\lambda} = \frac{13.5^2 \text{ см}}{3.3 \text{ см}} = 55 \text{ см}, \text{ где} \quad (4)$$

$l_{1,2}$  - линейные размеры апертуры рупора. Кроме того, было проверено выполнение соотношения

$$\max\{L_{1,2}\} = 250 \text{ см} > X \cdot \Delta\theta_{1,2} \simeq X \cdot \frac{2\lambda}{\min\{l_{1,2}\}} = 300 \text{ см} \cdot \frac{2 \times 3.3 \text{ см}}{9 \text{ см}} = 220 \text{ см}, \text{ где} \quad (5)$$

$\Delta\theta_{1,2}$  – ширина основного лепестка диаграммы направленности, а  $L_{1,2}$  – линейные размеры отражающего щита. Это условие гарантирует, что отражающий щит полностью перекрывает основной лепесток.

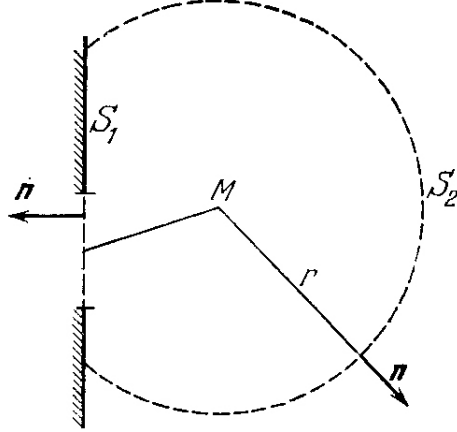


Рис. 2: Поверхность интегрирования в (6)

Далее был теоретически рассчитан ожидаемый КНД рупорной антенны. Значение компоненты поля в точке наблюдения  $\mathbf{R}$  определяется интегралом Кирхгофа:

$$u(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi} \oint_S \left( G \frac{\partial u}{\partial n} - u \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS. \quad (6)$$

Предполагая заданным распределение поля на апертуре, интеграл (6) можно привести к виду:

$$u(x, y, z) = \frac{k}{2\pi i} \iint_{\Sigma} u(\xi, \eta) \frac{z}{r} \frac{e^{ikr}}{r} d\xi d\eta. \quad (7)$$

Наконец, учитывая, что точка  $\mathbf{R}(x, y, z)$  находится уже в зоне Фраунгофера, поле распределено по апертуре однородно, в направлении максимального излучения (на оси) получим:

$$u(x, y, z) = \frac{u_0(x, y)}{i\lambda z} e^{ikz} \iint_{\Sigma} \exp\left\{ \frac{ik}{2z} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2] \right\} d\xi d\eta \simeq \frac{u_0(x, y)}{i\lambda z} S e^{ikz}. \quad (8)$$

Здесь  $\frac{S}{\lambda} = \frac{ab}{\lambda}$  – имеет смысл расстояния Фраунгофера.

Для эквивалентного всенаправленного источника плотность потока энергии

$$S_r^{omni}(\theta, \varphi) = \frac{1}{8\pi c} \frac{u_0^2 S}{r^2} \frac{1}{4\pi}. \quad (9)$$

С другой стороны, из формулы (8) для антенны, плотность потока энергии определяется следующим выражением:

$$S_r^{max}(\theta, \varphi) = \frac{1}{8\pi c} \frac{u_0^2 S^2}{r^2 \lambda^2}. \quad (10)$$

Отсюда для КНД следует выражение:

$$D = \frac{S_r^{max}(\theta, \varphi)}{S_r^{omni}(\theta, \varphi)} = \frac{S}{\lambda^2} 4\pi = 4\pi \frac{ab}{\lambda^2}. \quad (11)$$

Однако выражение (12) даёт значительно завышенную оценку для КНД. Это связано с неоднородностью распределения поля (прежде всего его фазы) на апертуре рупора, как пояснено на Рис. 3.

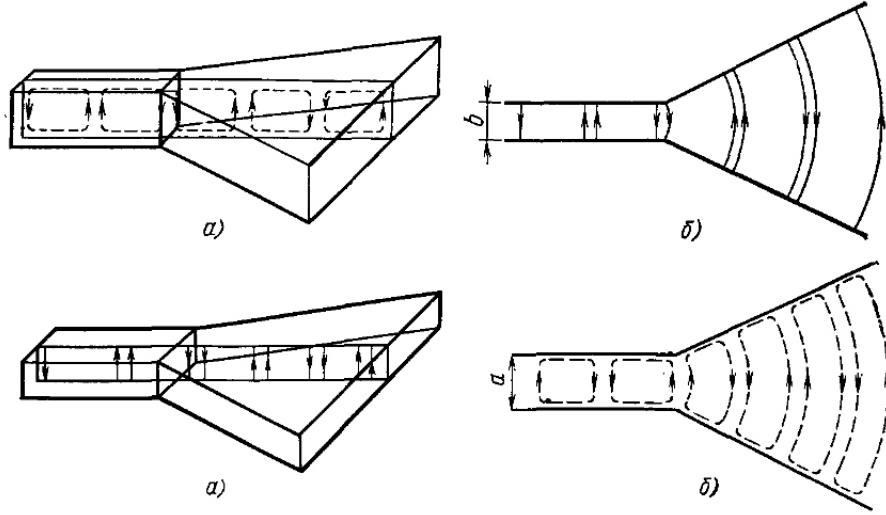


Рис. 3: Сочленение прямоугольного волновода с секториальным рупором, расширяющимся в плоскости Е (вверху) и в плоскости Н (внизу), соответственно

Подставляя параметры антенны получим:

$$D = 4\pi \frac{ab}{\lambda^2} = 4\pi \frac{13.5 \times 9}{3.3^2} \simeq 140. \quad (12)$$

Однако, как будет видно ниже, эффективная площадь апертуры (и, соответственно, КНД излучения) реальной антенны оказывается примерно вдвое меньше.

## 3 Практическая часть

### 3.1 Метод измерений

В настоящей работе КНД экспериментально определялся с помощью метода Парсела (или т.н. зеркального метода). Метод состоит в том, что в зоне Фраунгофера располагают зеркально отражающую плоскую поверхность, ориентированную параллельно излучающей апертуре. Далее, согласно методу изображений, отыскание отраженного поля, поступающего в антенну, сводится к нахождению поля, принимаемого от аналогичной зеркальной относительно отражающей плоскости антенны.

В результате последовательного пересчета имеем:

$$P_{np} = \frac{DP_u}{4\pi} \Rightarrow S_n = \frac{P_n}{4X^2} = \frac{DP_u}{16\pi X^2} \Rightarrow P_{np} = AS_n = \frac{ADP_u}{16\pi X^2}. \quad (13)$$

Окончательно получаем отношение принимаемой к излучаемой мощностей и интересующее нас выражение для КНД:

$$\frac{P_{np}}{P_u} = \frac{D^2\lambda^2}{64\pi^2 X^2}; \quad D = \frac{8\pi X}{\lambda} \sqrt{P_{np}/P_u}. \quad (14)$$

Поэтому для экспериментального определения КНД необходимо измерить отношение принимаемой зеркально отраженной мощности к мощности, излучаемой антенной. Очевидно, что содержащийся в формуле (14) член  $\sqrt{P_{np}/P_u}$  есть коэффициент отражения волны от отражающего щита  $\Gamma$ . Однако т.к. специальной процедуры согласования не производится, необходимо учесть также отражение от конца подводящего тракта. Тогда:

$$E = 1e^{-ihx} + \Gamma_\kappa e^{i\varphi_\kappa} e^{ihx} + \Gamma e^{i\varphi} e^{ihx}. \quad (15)$$

Если сместить антенну на величину  $\Delta X$  и, записывая выражение для квадрата модуля  $|E|^2$  пренебечь квадратичными величинами в виду малости  $\Gamma_\kappa$  и  $\Gamma$ , будем иметь:

$$|E|^2 = 1 + 2\Gamma_\kappa \cos(2hx + \varphi_\kappa) + 2\Gamma \cos(2hx + \varphi + k_0 2\Delta X). \quad (16)$$

Определяя из этих выражений величину  $\Gamma$  найдем интересующий нас КНД антенны:

$$D = \Gamma \frac{8\pi X}{\lambda}. \quad (17)$$

### 3.2 Результаты эксперимента

**Задание 2.** По формуле, приведенной ниже, был найден коэффициент отражения от конца волновода:

$$\Gamma_{\kappa} = \frac{|E|_{max}^2 - |E|_{min}^2}{2(|E|_{max}^2 + |E|_{min}^2)} \simeq 0.0185. \quad (18)$$

Длина волны в волноводе  $\lambda_{\epsilon}$  составила:

$$\lambda_{\epsilon} \simeq 4.2 \text{ см}. \quad (19)$$

В свободном пространстве:

$$h^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 = k^2 \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda_{\epsilon}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}} \simeq \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{4.2}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{2.29}\right)^2}} \simeq 3.1 \text{ см}. \quad (20)$$

КПД:

$$\eta = (1 - \Gamma_{\kappa}^2) \simeq 99.9\%. \quad (21)$$

**Задание 3.** Таким же образом, как и в предыдущем задании был вычислен  $\Gamma_{\kappa}$ , найдем  $\Gamma$ :

$$\Gamma = \frac{|E|_{max}^2 - |E|_{min}^2}{2(|E|_{max}^2 + |E|_{min}^2)} \simeq 0.026. \quad (22)$$

КНД:

$$D = \Gamma \frac{8\pi X}{\lambda} = \{\lambda = 3.3 \text{ см}, X = 300 \text{ см}\} \simeq 60. \quad (23)$$

**Задание 4.**

Из формулы (16) видно, что  $\Gamma \simeq \Gamma_{max} - \Gamma_{\kappa} \simeq 0.06 - 0.0185 \simeq 0.04$ . Отсюда:

$$D = \Gamma \frac{8\pi X}{\lambda} = \{\lambda = 3.3 \text{ см}, X = 300 \text{ см}\} \simeq 90. \quad (24)$$

## 4 Вывод

Среднее значение  $D$  по обоим методам  $D = 75 \pm 20\%$ . Причины расхождения экспериментально найденного КНД с теоретической оценкой заключаются, скорее всего, в неоднородности поля на апертуре излучающего рупора. Разность между экспериментальными значениями КНД, полученными различными методами связана, возможно, с неидеальностью предполагаемого 100% поглощения поглощающим щитом и погрешностью самих измерений  $E_{min}$  и  $E_{max}$ .

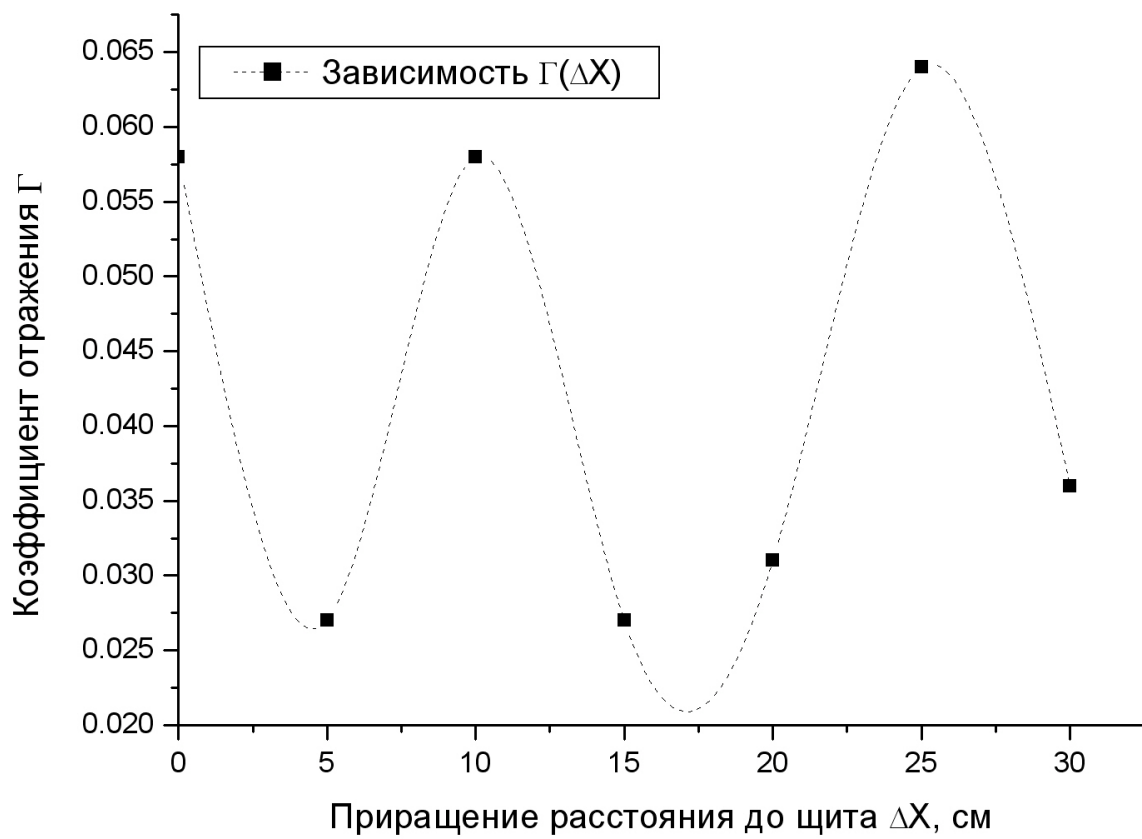


Рис. 4: Зависимость  $\tilde{\Gamma} = \tilde{\Gamma}(\Delta X)$