Вопросы коллоквиума

1. Записать (в гауссовой абсолютной системе единиц) уравнения Максвелла в дифференциальной и интегральной формах и материальные уравнения для полей, зарядов и токов в среде с диэлектрической проницаемостью ε, магнитной проницаемостью μ и проводимостью σ.

2. Записать общие граничные условия для векторов электромагнитного поля, вытекающие из общих интегральных уравнений Максвелла при условии, что поля нигде не обращаются в бесконечность. Поверхность, на которой записываются граничные условия, в общем случае является границей раздела двух различных сред и по ней в общем случае течет поверхностный ток и распределен поверхностный заряд.

3. Записать формулы, выражающие плотности энергии электрического и магнитного полей соответственно через напряженности электрического и магнитного полей: а) в вакууме, б) в среде с проницаемостями ε и μ.

4. Найти поток Ψ вектора $\vec{H}$ через площадь круга радиуса a и циркуляцию Γ этого вектора по граничному контуру этой площади, если круг лежит в плоскости (x, y), его центр совпадает с началом координат, а вектор $\vec{H}$ задан в виде:

а) $\vec{H} = \vec{x}_0 H_0$; б) $\vec{H} = \vec{z}_0 H_0$; в) $\vec{H} = \vec{z}_0 H_0 r / a$; г) $\vec{H} = \vec{\varphi}_0 H_0 r / a$;

здесь $\vec{x}_0$, $\vec{z}_0$ – единичные векторы по осям x и z, r – радиус (расстояние от точки на плоскости (x, y) до начала координат, $\vec{\varphi}_0$ – единичный вектор, направленный перпендикулярно радиусу и указывающий направление отсчета азимутального угла на данной плоскости.

Указание: задача решается на основании определений потока и циркуляции.

5. По плоскости $z = 0$ в вакууме течет поверхностный ток с заданной поверхностной плотностью $\vec{j}_{пов} = \vec{x}_0 A$. Найти вектор напряженности магнитного поля над плоскостью $\vec{H}(z > 0)$), если под плоскостью (при $z < 0$) поле известно и задано в виде:

а) $\vec{H}(z < 0) = \vec{y}_0 H_0$; б) $\vec{H}(z < 0) = \vec{x}_0 H_0 + \vec{z}_0 H_0$. ($\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ – единичные векторы по осям x, y, z).

Указание: использовать граничные условия.

6. На плоскости $z = 0$ в вакууме размещен поверхностный заряд с заданной поверхностной плотностью $\rho_{пов}$. Найти вектор напряженности электрического поля над плоскостью $\vec{E}(z > 0)$), если под плоскостью (при $z < 0$) поле известно и задано в виде:

а) $\vec{E}(z < 0) = \vec{z}_0 E_0$; б) $\vec{E}(z < 0) = \vec{x}_0 E_0 + \vec{y}_0 E_0$. ($\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$ – единичные векторы по осям x, y, z)..

Указание: использовать граничные условия.

7. Записать соотношения, связывающие электрическое поле со скалярным потенциалом в электростатике и магнитное поле с векторным потенциалом в магнитостатике.

8. Записать уравнение Пуассона для скалярного электрического потенциала в однородной безграничной среде при заданном распределении плотности свободного заряда $\rho(\vec{r})$. Записать общее решение этого уравнения в виде интеграла по области, где плотность заряда отлична от нуля, если эта область является ограниченной. Объяснить обозначения в записи этого решения.

9. Записать дифференциальное уравнение для векторного потенциала постоянного магнитного поля в однородной безграничной среде при заданном распределении плотности постоянного электрического тока $\vec{j}(\vec{r})$. Записать общее решение этого уравнения в виде интеграла по области, где плотность тока отлична от нуля, если эта область является ограниченной. Объяснить обозначения в записи этого решения.

10. Записать выражения для электростатического потенциала следующих источников в вакууме: а) точечный заряд q; б) точечный диполь с моментом $\vec{p}$.

Выразить потенциал в обоих случаях через декартовы координаты точки пространства x, y, z, если указанный точечный источник расположен в точке с координатами x_0, y_0, z_0, а вектор дипольного момента (в случае (б)) имеет компоненты p_x, p_y, p_z.

11. Найти полный заряд Q и дипольный момент $\vec{p}$ кубика, центр которого (точка, равноудаленная от всех граней) лежит в начале координат x, y, z, если плотность заряда внутри кубика (в области $|x| \le a,\ |y| \le a,\ |z| \le a$) задана в виде $\rho = \rho_0 z / a$, а вне его равна нулю.

12. Постоянное электрическое поле в вакууме создается точечным диполем, расположенным в начале координат O. Вектор дипольного момента ориентирован в положительном направлении оси z. В точке P, лежащей на оси x на расстоянии 1 м от начала координат, напряженность электрического поля $E(P) = 1$ Вольт/см. Ответить на вопросы:

1) Куда направлено поле в точке P ?
2) Чему равна напряженность поля в $E(Q)$ точке Q, лежащей на оси x на расстоянии 2 м от начала координат ?
3) Куда направлено и чему равно поле $\vec{E}(M)$ в точке M, лежащей на оси y на расстоянии 2 м от начала координат ?
4) Куда направлено и чему равно поле $\vec{E}(N)$ в точке N, лежащей на оси z на расстоянии 1 м от начала координат ?

13. Плоский конденсатор образован двумя одинаковыми параллельными металлическими пластинами, расстояние между которыми мало по сравнению с их размерами. Заряды на пластинах равны по величине и противоположны по знаку. Задания:

1) Найти напряженность электрического поля $\vec{E}$ внутри конденсатора, если известны :

а) заряды на пластинах $\pm Q$, емкость конденсатора C и расстояние между пластинами d;

б) плотность поверхностного заряда на пластинах $\pm \rho_{пов}$;

2) Найти потенциал $\varphi(\vec{r})$ электрического поля вне конденсатора на расстояниях от конденсатора $r = |\vec{r}|$, много больших размеров пластин, если известны заряды на пластинах $\pm Q$ и расстояние между пластинами d.

14. Найти (во всем пространстве) напряженность $\vec{H}$ магнитного поля, создаваемого электрическим током, текущим по поверхности бесконечно длинного кругового цилиндра радиуса a, в двух случаях:

а) ток течет вдоль образующей цилиндра (т.е. параллельно оси) и имеет поверхностную плотность $i_{пов}$.

б) ток течет по тонкому проводу, плотно и равномерно в намотанному в один слой (перпендикулярно образующей) на поверхность цилиндра; сила тока в проводе (в каждом витке) I, число витков на единицу длины цилиндра n.

15. Найти энергию W_m магнитного поля, приходящуюся на единицу длины цилиндра в случае (б) предыдущей задачи, и, основываясь на полученном выражении для W_m, найти коэффициент самоиндукции L длинной цилиндрической катушки (соленоида), намотанной на сердечник с магнитной проницаемостью μ; длина катушки l много больше ее радиуса a.

16. В круглой рамке радиуса a течет линейный ток I. Задания:

1) Найти напряженность магнитного поля $\vec{H}$ на оси z, проходящей через центр рамки перпендикулярно ее плоскости.

2) Найти магнитный дипольный момент рамки.

17. Получить дифференциальное уравнение для скалярного потенциала в неоднородной среде при заданных произвольных зависимостях диэлектрической проницаемости ε и плотности свободного заряда ρ от координат.