

Программа курса "Квантовая механика". Для студентов 3
курса р/ф "Фундаментальная радиофизика" и
межфакультетской группы "Наноэлектроника"

В.В. Курин

28 мая 2005 г.

Литература

0.1 Учебники

1. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Квантовая механика, т. 3, Москва, "Наука", 1989
2. Л.Шифф, Квантовая механика, Москва, ИЛ, 1967
3. А. Мессиа, Квантовая механика, т.1,2, М. Наука, 1978
4. Р. Фейнман, Лейтон, Сэндс, Фейнмановские лекции по физике (ФЛФ), т. 3,8,9
5. Э. Ферми, Квантовая механика, М. Мир, 1968
6. Г. Бете, Квантовая механика, М. Мир, 1965
7. П. Дирак, Принципы квантовой механики, М. Наука, 1979
8. В. Балашов, В. Долинов, Курс квантовой механики, изд. МГУ, Москва
9. А. С. Давыдов, Квантовая механика, М. Наука, 1973
10. Д.И.Блохинцев, Основы квантовой механики, Москва, "Наука", 1976.
11. В.Г. Левич, Ю.А. Вдовин, В.А. Мямлин, Курс теоретической физики, т.2
12. Л.И. Мандельштам, Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике

0.2 Задачники

1. А.М. Галицкий, Б.М. Карнаков, В.И. Коган, Задачи по квантовой механике. Москва, "Наука", 1981.
2. М.Ш. Гольдман, В.Л. Кривченков, М. Наука, 1968
3. З. Флюгге, Задачи по квантовой механике, т. 1,2 М. Мир, 1974

0.3 www links

1. Программа курса квантовой механики Г.Ф. Ефремова, ННГУ, РФ,
<http://www.rf.unn.ru/eng/chairs/k4/rus/index.html>

1 Лекция 1. Введение в курс квантовой механики

Очевидная неприменимость классической физики, механики и электродинамики, для описания микрообъектов, атомов, молекул, электронов и излучения. Проблема равновесного теплового излучения. Проблема устойчивости вещества.

Дискретность в микромире. Спектральные линии. Опыты Франка и Герца.

Дискретность в классической физике. Аналогия с задачами на собственные значения. Колебания струны, волновое уравнение, граничные условия. Необходимость волнового описания микрочастиц.

Экспериментальные указания на волновые свойства микрообъектов. Дифракция электронов. Опыты Дэвиссона и Джермера

Волновая и геометрическая оптика. Описание волновых полей в пределе $\lambda \rightarrow 0$ как потоков частиц. Идея Де-Бройля о построении квантовой или волновой механики.

Основная мысль: **Новая волновая механика соотносится с классической механикой, также как волновая оптика с геометрической.**

Элементы классической механики: принцип наименьшего действия, функция Лагранжа, действие как функция координат, соотношения $\partial S/\partial t = -H$ и $\nabla S = \mathbf{p}$. Запись принципа наименьшего действия через функцию Гамильтона. Уравнение Гамильтона-Якоби. Уравнение Гамильтона-Якоби для $H = E = \text{const}$. Укороченное действие. Действие свободно движущейся частицы $S = (\mathbf{pr}) - Et$

2 Лекция 2

Волновое уравнение в классической физике. Монохроматические волны. Уравнение Гельмгольца. Приближение геометрической оптики. Соотношения $\partial\varphi/\partial t = -\omega$ и $\nabla\varphi = \mathbf{k}$. Возникают очевидные аналогии

1. Аналогия эйконал-действие, $\varphi = S/\hbar$
2. Уравнение эйконала- уравнение Гамильтона-Якоби
3. Принцип наименьшего действия - принцип Ферма
4. Соотношения Де-Бройля: Энергия - частота, $E = \hbar\omega$ и импульс - волновой вектор $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$
5. Дисперсионное соотношение - соотношение энергия - импульс.

Восстановление волнового уравнения для свободной частицы по его виду в ω, \mathbf{k} представлении или, что то же самое - по дисперсионному соотношению. Классическое и квантовое описание свободного движения частицы. $E = \hbar\omega$, $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{p}$.

Уравнение Шредингера для свободной нерелятивистской частицы.

3 Лекция 3

Восстановление волнового уравнения для свободной частицы по его виду в ω, \mathbf{k} представлении или, что то же самое - по дисперсионному соотношению. Классическое и квантовое описание свободного движения частицы. $E = \hbar\omega$, $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{p}$.

Восстановление уравнения Шредингера по уравнению Гамильтона-Якоби. Уравнение Шредингера -1926 год.

Физические величины в классике и квантовой механике. Необходимость введения физических величин как операторов, на примере операторов импульса и Гамильтона.

Интерпретация волновой функции. Амплитуда вероятности. Принцип суперпозиции. Сложение амплитуд. Мысленный эксперимент с двумя щелями.

4 Лекция 4

Мысленный эксперимент с двумя щелями. Амплитуда перехода. Амплитуда перехода как функция Грина уравнения Шредингера. Интерференция амплитуд. Аналогия с принципом Гюйгенса-Френеля

Распределение вероятностей для координаты и для импульса. Переход в \mathbf{k} - представление. Преобразование Фурье как разложение по собственным функциям оператора импульса. Интерпретация собственных значений операторов как наблюдаемых физических величин.

5 Лекция 5

Доказательство соотношений

$$\int |\psi(x)|^2 d^3x = \int |\psi(\mathbf{k})|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$$

и

$$\int \mathbf{k} |\psi(\mathbf{k})|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3} = \int \psi(x)^* (-i\nabla) \psi(x) d^3x.$$

Дельта-функция как ядро единичного оператора. Различные представления дельта-функций. Доказательство

$$\int e^{i\alpha x} dx = 2\pi\delta(\alpha)$$

методом гауссовой регуляризации. Вычисление гауссовых интегралов.

Средние физических величин $\bar{A} = \int \psi(x)^* \hat{A} \psi(x) d^3x$ Немного математики. Воспоминания о математике и новый взгляд.

Общая теория операторов физических величин. Задачи на собственные значения. Квантовые числа. Что значит "физическая величина имеет определенное значение". Дискретный и сплошной спектры.

Эрмитовость-определение. Действительность средних и собственных значений. Ортогональность и нормированность. Волновые функции как вектора. Скалярное произведение функций.

6 Лекция 6

Разложение функций по собственным функциям оператора. Базисные функции и разложения. Вычисление коэффициентов. Операторы как матрицы. Непрерывные и дискретные индексы. Представления операторов умножения и дифференцирования как матриц.

Обозначения Дирака. Абстрактные вектора и абстрактные операторы. Представления и переход к различным базисам.

Измерение в квантовой механике. Макроскопичность и классичность измерительного прибора. Измерение - "разложение" по собственным функциям прибора.

Уравнение Шредингера для свободной нерелятивистской частицы. Решение методом Фурье. Волновой пакет. Принцип неопределенности. Некоммутативность операторов импульса и координаты. От каких переменных зависит волновая функция. Понятие полного набора. Отсутствие траектории.

7 Лекция 7

Коммутируемость операторов и существование общих собственных функций. Необходимость и достаточность. Еще раз о переходе к различным базисам. Преобразования операторов и векторов состояний. Унитарные операторы - операторы сохраняющие ортонормированность.

8 Лекция 8

9 Лекция 9

10 Лекция 10

Нестационарное уравнение Шредингера. Оператор эволюции $U = \exp -\frac{i}{\hbar} \hat{H}t$. Функция Грина. Функции от операторов. Построение оператора эволюции путем разложения по собственным функциям

стационарного уравнения. Оператор производной физической величины по времени. Представление Гейзенберга. Уравнения Гейзенберга.

11 Лекция 11 /4 декабря 2004 г.

Уравнение Шредингера для связанных и асимптотически свободных систем. Запутанные и независимые состояния. Условие существования волновой функции у подсистемы. Чистые и смешанные состояния подсистемы. Описание смешанных состояний с помощью матрицы плотности. Правило вычисления средних $\bar{A} = Sp(\hat{\rho}\hat{A})$. Эволюция матрицы плотности $\rho(t) = \hat{U}\hat{\rho}(t=0)\hat{U}^+$. Уравнение фон-Неймана.

12 Лекция 12 /4 декабря 2004.

Одномерное движение. Одномерное уравнение Шредингера. Общие теоремы. Сплошной и дискретный спектры. Решение задач с кусочно-постоянными потенциалами. Граничные условия на скачках потенциала.

13 Лекция 13 /11 декабря

Поиск дискретных уровней и собственных функций в прямоугольных потенциалах. Осцилляционная теорема. Вариационный принцип. Пример мелкой ямы. Существование связанного состояния в яме любой глубины в размерности 1 и 2. Одномерная задача рассеяния.

Четные потенциалы. Оператор четности. Закон сохранения четности - принципиально квантовый ЗС не имеющий аналога в классике.

14 Лекция 13 /? декабря

Точнорешаемые потенциалы. Постоянная сила. Гармонический осциллятор. Потенциал Морса. Потенциал Эпштейна $U_0/\cosh^2 \alpha x$. Безотражательные потенциалы. Упоминание об обратной задаче теории рассеяния. Метод Лапласа. Гипергеометрическая и вырожденная гипергеометрическая функции. Поиск решения в виде ряда. Аналитическое продолжение. Аналитическая теория дифференциальных уравнений.

15 Лекция 14 /? декабря

Трехмерное уравнение Шредингера. Центрально-симметричный потенциал. Изотропия. Оператор орбитального момента. Определение. Коммутационные соотношения $L_x, L_y, L_z, L^2, L_+, L_-$. Собственные функции и числа.

16 После нового года, весна 2005

17 Лекция 1 / 15 февраля

Точнорешаемые потенциалы. Гармонический осциллятор. Подход дифференциального уравнения. Уравнение Эрмита. Метод Лапласа. Поиск решения в виде ряда. Нахождение собственных значений из условия обрыва ряда.

18 Лекция 2 /16 февраля

Гармонический осциллятор. Подход операторов рождения и уничтожения. A la Feinman, "Статистическая физика". Вычисление собственных функций, нормировок и матричных элементов.

19 Лекция 3 / 22 февраля

Преобразование вращения. Оператор орбитального момента. Определение, коммутационные соотношения. Трехмерное уравнение Шредингера. Центрально-симметричный потенциал. Изотропия. Оператор орбитального момента. Определение. Коммутационные соотношения $L_x, L_y, L_z, \mathbf{L}^2, L_+, L_-$. Собственные функции и числа.

20 Лекция 4 / 1 марта (пропала 23 февраля)

Явные выражения для операторов орбитального момента в сферических координатах. Вывод собственных чисел и функций операторов \hat{L}^2, \hat{L}_z с помощью коммутационных соотношений для операторов l_+, l_-, l_z

21 Лекция 5 / 2 марта

Матричные элементы операторов орбитального момента

22 Лекция 6 / 9 марта

Симметрия по отношению к преобразованию инверсии. Оператор $\hat{P}\psi(\mathbf{r}) = \psi(-\mathbf{r})$ Истинные и псевдоскаляры, векторы и тензоры. Четность различных сферических гармоник $Y_{l,m}(\theta, \varphi)$.

23 Лекция 7 / 15 марта

Рекуррентное выражение для собственных функций момента, следующие из соотношений

$$|l, l-1\rangle \sim \hat{l}_- |l, l\rangle, \quad \hat{l}_+ |l, l\rangle = 0$$

Сложение моментов. Подсчет степени вырождения собственных функций $|l_1, l_2, m_1, m_2\rangle$ и $|l_1, l_2, l, m\rangle$. Векторная модель.

24 Лекция 8 / 16 марта

Движение в центральном поле. Общие свойства. Центробежная энергия. Нормировка и ортогональность.

25 Лекция 9 / 22 марта

Движение в центральном поле. Свободное движение в сферических координатах. Сферические функции Бесселя и их выражения через элементарные функции.

26 Лекция 10 / 23 марта

Задача о трехмерной прямоугольной яме. Критическая глубина для существования связанного состояния.

27 Лекция 11 / 29 марта

Сферический гармонический осциллятор. Решение в декартовой и сферической системе координат. Собственные функции $|n_x, n_y, n_z\rangle$ и $|n_r, l, m\rangle$. Вырожденная гипергеометрическая функция. Уравнение. Решение в виде степенного ряда. Квантование - следствие конечности ряда.

28 Лекция 12 / 30 марта

Кулоново поле. Безразмерные переменные, кулонова система единиц. Решение в сферической системе координат $|n_r, l, m\rangle$. Дискретный спектр. Выражение для собственных значений энергии $E = -1/2n^2$. Связь главного квантового числа $n = n_r + l + 1$. Подсчет степени вырождения. Наличие дополнительного вырождения.

29 Лекция 13 / 5 апреля

Еще немного про кулонову задачу.

30 Лекция 14 / 6 апреля

Стационарная теория возмущений. Общая теория. Операторная геометрическая прогрессия.

31 Лекция 15 / 12 апреля

Стационарная теория возмущений. Поправки к частоте для слабо ангармонического осциллятора.

32 Лекция 16 / 13 апреля

Стационарная теория возмущений в случае вырождения. Секулярное уравнение. Задача об электроны в поле двух одинаковых ядер. Правильные функции нулевого приближения. Интегралы перекрытия

33 Лекция 17 / 19 апреля

Нестационарная теория возмущений. Общая теория. (читал Денис Рыжов)

34 Лекция 18 / 20 апреля

Резонансный случай. Золотое правило Ферми. (читал Денис Рыжов)

35 Лекция 19 / 26 апреля

Квазиклассическое приближение. Базисные решения. Локальная точность. Линейный слой. Функция Эйри. ВКБ решение.

36 Лекция 20 / 27 апреля

Метод Цвана. Задача о потенциальной яме. Правила квантования Бора-Зоммерфельда. ВКБ приближение.

37 Лекция 21 / 3 мая

Задача о подбарьерном прохождении.

38 Лекция 22 / 4 мая

Задача о надбарьерном отражении

39 Лекция 23 / 10 мая

Спин. Многокомпонентная волновая функция. Аналог поляризации электромагнитных волн. Опыт Штерна-Герлаха. Спиновая переменная. Инфинитиземальное преобразование вращения и оператор спина. Коммутационные соотношения. s_z представление. Операторы s_z, s_{\pm} . Собственные числа и собственные функции операторов s_z и s^2 . Матричные элементы.

40 Лекция 24 / 11 мая

Спин 1/2. Матрицы Паули. Коммутационные и антикоммутационные соотношения. Алгебра матриц Паули. Вычисление произвольной функции от спинового скаляра $f(a + \mathbf{b}\sigma)$. Оператор конечных вращений $\hat{U} = e^{i\varphi \mathbf{n}\hat{\sigma}/2}$. Вывод с помощью матричного дифференциального уравнения. Преобразование к линейной по $\hat{\sigma}$ форме. Матрицы $U_{x,y,z}$ Определение интенсивностей пучков в опытах Штерна-Герлаха при вращении анализатора.

41 Лекция 25 / 17 мая

Движение электрона в магнитном поле. Уравнение Паули. Гиромагнитное отношение. Роль потенциалов в квантовой механике. Калибровочная инвариантность. Эффект Бома-Аронова. Коммутационные соотношения для скоростей.

42 Лекция 26 / 18 мая

Движение электрона в однородном магнитном поле. Калибровка Ландау. Решение уравнения. Уровни Ландау. Оператор координаты ведущего центра. Коммутационные соотношения для него.